

### Математический метод оптимизации управления внешнеторговой деятельности организации

Martyanova, Olga

Veröffentlichungsversion / Published Version  
Zeitschriftenartikel / journal article

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Martyanova, O. (2015). Математический метод оптимизации управления внешнеторговой деятельности организации. *Koncept (Kirov): Scientific and Methodological e-magazine*, 1-8. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-49981-4>

#### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer CC BY-NC-ND Lizenz (Namensnennung-Nicht-kommerziell-Keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Nähere Auskünfte zu den CC-Lizenzen finden Sie hier:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.de>

#### Terms of use:

This document is made available under a CC BY-NC-ND Licence (Attribution-Non Commercial-NoDerivatives). For more information see:  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>

**Мартьянова Ольга Владиславовна,**

Кандидат экономических наук, главный бухгалтер ООО «Термин», г. Москва  
1263m@mail.ru

### **Математический метод оптимизации управления внешнеторговой деятельности организации**

**Аннотация.** Статья посвящена разработке математической модели оптимального управления внешнеторговой деятельностью организации и определения критериев её эффективности в условиях санкционной политики, проводимой западными странами в отношении России.

**Ключевые слова:** математическая модель, оптимальное управление, критерий эффективности, внешнеторговая деятельность, бизнес-стратегия, вектор факторов операционной деятельности организации, матрица торговых коэффициентов организации.

В условиях ужесточения антироссийских санкций отечественные организации, занимающиеся внешнеторговой деятельностью, вынуждены пересматривать свою стратегию на международном рынке. В непростых экономических условиях смогут выжить только эффективно работающие организации, а значит, ревизии подлежит не только само понятие «управление внешнеторговой деятельностью», но и её критерии. А решение любой задачи управления состоит, по нашему мнению, в составлении математической модели объекта исследования и через её анализ математическими методами найти наилучшее решение в том или ином смысле.

Математический метод оптимизации решений в области внешнеторговой деятельности организации представляет собой процесс, которым менеджмент может управлять, то есть любым из доступных способов оказывать влияние на состояние системы  $D$ . Общая постановка задачи оптимизации управления внешнеторговой деятельностью организации или системой  $D$ , которая с течением времени меняет своё состояние, состоит в том, что если в системе  $D$  происходит какой-то процесс, то организация может управлять им, воздействуя на состояние системы. Такую систему  $D$  называют управляемой системой, а способ воздействия на неё менеджментом организации – управлением  $Y$ . Буквой  $Y$  обозначим не какую-то одну величину, а целую совокупность величин, векторов или функций, характеризующих управление внешнеторговой деятельностью организации.

Предположим, что с процессом связана конкретная заинтересованность организации на международном рынке, выраженная численно величиной  $V$ , которую назовём «выигрышем». Задача менеджмента организации так управлять процессом, чтобы выигрыш был максимальным. Считаем, что выигрыш зависит от управления:

$$V = V(Y)$$

Необходимо найти такое оптимальное управление внешнеторговой стратегией организации

$$Y = y,$$

при котором выигрыш был бы максимален:

$$V_{max} = \max\{V(Y)\}.$$

Запись  $\max\{V(Y)\}$  обозначает: «максимальное из всех значений»  $V(Y)$  «при всех возможных управлениях»  $Y$ . Значит, то из управлений, «при котором достигается этот максимум, и есть оптимальное управление»  $y$ . [1, стр. 133]

Следовательно, общая задача оптимизации управления внешнеторговой деятельностью организации или системой требует учёта условий, накладываемых на начальное состояние системы  $C_0$  и конечное состояние  $C_k$ .

В простейших случаях эти состояния могут быть заданы, так как менеджменту организации они известны. В других случаях они могут быть заданы частично, т.е. только ограничены какими-то условиями. Это означает, что указаны как область начальных состояний  $\bar{C}_0$ , так и область конечных состояний  $\bar{C}_k$ . Начальное  $C_0$  и конечное  $C_k$  состояния системы входят в области  $\bar{C}_0$  и  $\bar{C}_k$ , то есть

$$\begin{aligned} C_0 &\in \bar{C}_0, \\ C_k &\in \bar{C}_k. \end{aligned}$$

Следовательно, общая задача оптимального управления внешнеторговой деятельностью организации формулируется следующим образом:

*Из множества возможных управлений внешнеторговой стратегией организации  $Y$  необходимо найти такое оптимальное управление  $y$ , которое переводит деятельность организации на международном рынке или систему  $C$  из первоначального состояния  $C_0 \in \bar{C}_0$  в итоговое состояние  $C_k \in \bar{C}_k$  таким образом, чтобы при этом выигрыш  $V$  выливался в максимум.*

Состояние внешнеторговой деятельности организации или системы  $C$ , управляемое менеджментом, можно описать численными экономическими параметрами, в качестве которых могут выступать количество средств, выделенных собственником бизнеса на закупку импортного товара, затраты на транспортную составляющую, курс иностранной валюты и другие.

По нашему мнению, в процедуре построения оптимального управления внешнеторговой деятельностью организации можно выделить две стадии: промежуточную и заключительную. На промежуточной стадии для каждого акта определяется условное оптимальное управление, зависящее от состояния данного направления функционирования экономического субъекта или некой системы  $C$  (приобретенного в результате предыдущих актов), и условный выигрыш, являющийся наилучшим или оптимальным для всех последующих актов, начиная с данного, учитывая состояние  $C$ . На заключительной стадии для каждого акта формируется окончательное (безусловное) наилучшее или оптимальное управление.

Характерным для поэтапной процедуры является тот факт, что в её основе лежит принцип оптимальности, который можно сформулировать следующим образом: *каково бы ни было состояние системы  $C$  в результате какого-то числа актов, надлежит сделать выбор управления на ближайшем этапе так, чтобы оно совместно с управлением, являющимся оптимальным, на всех последующих актах, обуславливало максимальный выигрыш на всех последующих актах, включая данный.*

Поставим задачу: определить функцию  $V_i(C)$ , т.е. условный оптимальный выигрыш, который обращает условное оптимальное управление  $y_i(C)$  на  $i$ -ом акте, а также на всех последующих актах, в максимум.

В связи с этим рассмотрим  $i$ -й акт процесса управления внешнеторговой деятельностью организации. В результате  $i-1$  предыдущих актов данное направление функционирования экономического субъекта достигло состояния  $C$ , и менеджмент выбирает какое-то управление  $Y_i$  на  $i$ -м акте. Если управленческое подразделение его примет, то, во-первых, получит на данном  $i$ -м акте какой-то выигрыш  $\gamma$ , который зависит как от состояния системы  $C$ , так и от применённого управления  $Y_i$ :

$$\gamma_i = \gamma_i(C, Y_i).$$

Под влиянием управления  $Y_i$  на  $i$ -м акте система из состояния  $C$  перейдёт в новое состояние  $C''$ , которое зависит от прежнего состояния  $C$  и применённого управления  $Y_i$ .

$$C'' = \psi_i(C, Y_i).$$

Зафиксируем выигрыш на всех актах и в соответствии с принципом оптимальности, выберем такое управление  $Y_i = y_i$ , при котором выигрыш достигает максимального значения:

$$\gamma_i'(C) = \max_{Y_i} \{ \gamma_i(C, Y_i) + \gamma_{i+1}'(\psi_i(C, Y_i)) \} \quad (1)$$

В этом случае управление  $Y_i = y_i(C)$  и есть условное оптимальное управление. Формула (1) позволяет определить функцию  $\gamma_i'(C)$  при условии, что функция  $\gamma_{i+1}'(C)$ , следующая за ней, определена. Зная эти значения можно построить всю цепочку условных оптимальных управлений. Функция  $\gamma_i'(C)$  является условным наилучшим или оптимальным выигрышем за весь процесс, другими словами на всех актах, начиная с первого и до последнего.

Предварительная оптимизация считается законченной после нахождения условного оптимального выигрыша и условного оптимального управления для каждого шага.

Вторая стадия оптимизации определяет безусловное (окончательное) оптимальное управление

$$\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k)$$

Первый шаг состоит в вычислении условного оптимального выигрыша, который получим, подставив состояние  $C_0$ , если оно полностью известно, в выражение, определяющее условный оптимальный выигрыш  $\gamma_1'(C)$ . Имеем

$$\gamma_{max}' = \gamma_1'(C_0)$$

Наилучшее или искомое оптимальное управление на первом шаге найдётся одновременно с  $\gamma_{max}'$

$$\rho_1 = \rho_1(C_0)$$

Затем, располагая информацией об исходном состоянии  $C_0$  и управлении  $\rho_1$ , найдём состояние  $\hat{C}_1$  системы после выполнения первого шага:

$$\hat{C}_1 = \psi_1(C_0, \rho_1).$$

Знание  $\hat{C}_1$  позволяет найти и оптимальное управление на втором шаг

$$\rho_2 = \rho_2(\hat{C}_1),$$

затем

$$\hat{C}_2 = \psi_2(C_1, \rho_2)$$

и так далее.

Проходя по цепочке

$$C_0 \rightarrow \rho_1(C_0) \rightarrow \hat{C}_1 \rightarrow \rho_2(\hat{C}_1) \rightarrow \dots \rightarrow \hat{C}_1 \rightarrow \hat{C}_{k-1} \rightarrow \rho_k(\hat{C}_{k-1}) \rightarrow \hat{C}_k$$

эксперт определит, одно за другим, все шаговые оптимальные управления и найдёт состоящее из них оптимальное управление операцией в целом

$$\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k),$$

а также конечное состояние системы (если оно не было в точности задано заранее)

$$C_y = \hat{C}_k.$$

На этом процесс оптимизации заканчивается.

Если исходное состояние системы менеджменту известно не полностью, а только ограничено условием:

$$C_0 \in \bar{\bar{C}}_0$$

В этом случае необходимо найти такое оптимальное начальное состояние  $C_0$ , при котором условный оптимальный выигрыш за все шаги максимален:

$$\gamma_{max}' = \max_{C \in \bar{\bar{C}}_0} \{ \gamma_1(C) \}.$$

Значение  $\bar{\bar{C}}_0$ , для которого этот максимум достигается, выбирается в качестве исходного. Далее оптимальное управление строится по вышеприведённому алгоритму.

Алгоритм оптимизации внешнеторговой деятельности организации можно представить следующим образом:

1. Выбрать способ описания процесса, т.е. параметры, характеризующие деятельность организации на мировом рынке, и метод деления операции на «акты» или «шаги».

2. Зафиксировать выигрыш, полученный на  $i$ -м акте, в соответствии с состоянием системы  $C$  в начале этого акта, а также управления  $Y_i$ :

$$\gamma_i = \gamma_i(C, Y_i)$$

3. Записать для  $i$ -го акта функцию, отражающую процесс изменения состояния системы от  $C$  к  $C''$  под непосредственным влиянием управления  $Y_i$

$$C'' = \psi_i(C, Y_i)$$

4. Записать основное функциональное уравнение (1), выражающее функцию  $\gamma_i'(C)$  через  $\gamma_{i+1}'(C)$ :

$$\gamma_i'(C) = \max_{Y_i} \{ \gamma_i(C, Y_i) + \gamma_{i+1}'(\psi_i(C, Y_i)) \}.$$

5. Найти функцию  $\gamma_j'(C)$  для последнего шага

$$\gamma_k'(C) = \max_{Y_k} \{ \gamma_k(C, Y_k) \}$$

6. Зная  $\gamma_k'(C)$  и пользуясь уравнением п. 4 при конкретном виде функций  $\gamma_i(C, Y_i)$ ,  $\psi_i(C, Y_i)$  найти все функции

$$\gamma_{k-1}'(C), \gamma_{k-2}'(C), \dots, \gamma_1'(C)$$

и отвечающие им условные оптимальные управления:

$$\rho_{k-1}(C), \rho_{k-2}(C), \dots, \rho_1(C)$$

7. Если задано начальное состояние  $C_0$ , можно найти оптимальный выигрыш

$$\gamma_{max}' = \gamma_1(C_0)$$

и далее безусловные оптимальные управления по цепочке:

$$C_0 \rightarrow \rho_1(C_0) \rightarrow \hat{C}_1 \rightarrow \rho_2(\hat{C}_1) \rightarrow \dots \rightarrow \hat{C}_1 \rightarrow \hat{C}_{k-1} \rightarrow \rho_k(\hat{C}_{k-1}) \rightarrow \hat{C}_k,$$

где  $\hat{C}_k$  - конечное состояние.

8. В том случае, если исходное состояние  $C_0$  не определено, а только охарактеризовано условием

$$C_0 \in \bar{\bar{C}}_0$$

необходимо найти оптимальное начальное состояние  $\hat{C}_0$ , при котором выигрыш,  $\gamma_k'(C)$  достигает максимума

$$\gamma_{max}' = \max_{C \in \bar{\bar{C}}_0} \{ \gamma_1(C) \} \quad (2)$$

и далее, по цепочке, найти безусловные оптимальные управления.

Предложенный алгоритм многоэтапного планирования внешнеторговой деятельности организации может разворачиваться и в направлении, обратном тому, который описан выше: условные оптимальные управления могут отыскиваться в направлении от первого шага к последнему, а безусловные – от последнего к первому.

По нашему мнению, удобнее придерживаться схемы, когда условные оптимальные управления находятся в обратном порядке, от последнего шага к первому, а безусловные – в прямом порядке, от первого шага к последнему.

Рассмотрим решение задачи по оптимальному планированию.

Пусть у организации имеется  $m$  внешнеторговых контрактов на закупку  $n$  видов пива. Индекс  $i$  обозначает число иностранных поставщиков, с которыми организация заключила внешнеторговые контракты, а индекс  $j$  - вид товара (пива). Анализируется период деятельности организации, равный одному году. Задача состоит в формировании плана закупки пива у иностранных поставщиков, максимизирующего общую прибыль организации.

Введем следующие обозначения:

$f_i = (f_{i_1}, \dots, f_{i_k})$  – вектор факторов операционной деятельности организации (трудовые ресурсы, офисные и складские помещения, погрузчики, оргтехника и прочее);

$x_i = (x_{i_1}, \dots, x_{i_n})$  – вектор валового объема импортного товара (общий объем закупленного импортного товара за анализируемый период, включая продукцию вспомогательного характера, например, упаковочный материал);

$y_i = (y_{i_1}, \dots, y_{i_n})$  – вектор товара, проданного организацией в рамках рассматриваемого периода;

$z_i = (z_{i_1}, \dots, z_{i_k})$  – вектор внутренних поставок импортного пива иной ассортиментной линейки отечественными поставщиками, что является дополнительной возможностью углубления специализации и повышения эффективности деятельности организации;

$s_i = (s_{i_1}, \dots, s_{i_n})$  – вектор себестоимости импортного товара;

$A_i = \|a_{pr}^i\|$  – матрица торговых коэффициентов организации ( $a_{pr}^i$  – количество импортного товара вида  $p$ , закупленного организацией у  $i$ -го иностранного поставщика для продажи региональному ритейлеру  $r$ );

$B_i = \|b_{pr}^i\|$  – матрица факторов затрат организации ( $b_{pr}^i$  – количество факторов затрат, приходящихся на импортный товар вида  $p$ , закупленного организацией у  $i$ -го иностранного поставщика для продажи региональному ритейлеру  $r$ ). Так, для трудовых ресурсов коэффициентами матрицы будет являться трудоемкость);

$x_0 = (x_1, \dots, x_m)$  – полный вектор валового объема импортного товара, описывающий, ассортиментный портфель и его объем, закупленный организацией за анализируемый период;

$y_0 = \sum_{i=1}^m y_i$  – суммарный вектор импортного товара, проданного организацией в анализируемом периоде;

$P = (P_1, \dots, P_n)$  – план по продажам, доводимый владельцем бизнеса до менеджмента организации;

$x_0 = (x_1, \dots, x_m)$  – вектор закупочных цен, то есть количество денежных средств, потраченных организацией на закупку единицы каждого вида импортного товара;

$z_0 = (z_1, \dots, z_m)$  – полный вектор внутренних поставок импортного пива иной ассортиментной линейки отечественными поставщиками организации.

Пару  $x = (x_0, z_0)$  определим планом организации, который отражает стратегию владельца бизнеса в среднесрочной перспективе.

На следующем шаге необходимо определить пространство стратегий посредством задания ограничения на всесторонний план достижения целей. Первое условие вектор валового объема импортного товара по своему физическому смыслу должен быть положительным

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, m} \quad (3)$$

На вектор внутренних поставок импортного пива аналогичное условие нельзя накладывать, потому что его компоненты могут быть как положительными, если товар поставляют, так и отрицательными, если товар не поставляют, а получают. Требованием для данного вектора является условие баланса поставляемого и получаемого товара в рамках внутренних поставок

$$\sum_{i=1}^m z_i = 0. \quad (4)$$

Используемые в деятельности организации факторы не должны превышать имеющиеся у неё в наличии для исполнения каждого внешнеторгового контракта, то есть

$$\sum_{r=1}^n b_{pr}^i x_{ir} \leq f_{ip}, \quad p = \overline{1, k}, \quad i = \overline{1, m},$$

В матричной форме данное выражение можно представить в виде

$$B_i x_i \leq f_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (5)$$

Представленное неравенство (5) отражает основное ограничение по ресурсам организации.

Между закупаемым, поставляемым, получаемым и реализуемым товаром должен существовать определенный баланс, который можно представить в виде следующего условия:

$$y_{ip} = x_{ip} - \sum_{r=1}^n a_{pr}^i x_{ir} - z_{ip} \geq 0, \quad p = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, m}.$$

В матричной форме данное условие имеет вид:

$$y_i = x_i - A_i x_i - z_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m}. \quad (6)$$

Приведенное условие означает, что у организации остается и далее реализуется такое количество товара, которое равно закупленному плюс поставленному от других отечественных поставщиков минус затраченное на промежуточных этапах (рекламные кампании, маркетинговые акции) и реализованное покупателям. Это количество не может быть отрицательным.

Условие выполнения организацией бизнес-плана по продажам в анализируемый период можно представить в виде

$$y_0 = \sum_{i=1}^m y_i \geq P. \quad (7)$$

Выражения (3)-(7) описывают пространство стратегий оперирующей стороны, состоящее из стратегий-констант. Все параметры модели  $a_{pr}^i, b_{pr}^i, f_i, P$  считаются известными и их можно интерпретировать как фиксированные неконтролируемые факторы, поэтому случайных и неопределенных неконтролируемых факторов нет и стратегии-функции здесь смысла не имеют [2, стр. 18].

Определяя критерий эффективности оперирующей стороны надо сказать, что эффективность внешнеторговой деятельности организации может оцениваться различными показателями (валовой объем импортного товара, частота поставок импортного товара и т.д.), но общим показателем, соизмеряющим результаты закупок и затраты всех видов ресурсов, выступает прибыль. В современных условиях необходимо найти именно такой критерий, который отражал бы цели бизнес-стратегии оперирующей стороны, в интересах которой проводится внешнеторговая деятельность, а не абстрактное понятие эффективности. Прибыль в данном случае удовлетворяет этому требованию, так как с ней связаны вопросы развития самой организации, оплаты труда сотрудников и другие, которые интересуют владельцев бизнеса. Прибыль организации от внешнеторговой деятельности можно записать в следующем виде

$$\Pi = \langle c, y_0 \rangle - \sum_{i=1}^m \langle s_i, x_i \rangle + \frac{\Delta KB}{1+И}, \quad (8)$$

где угловые скобки обозначают скалярное произведение векторов,  $\Delta KB$  – изменение курса иностранной валюты к рублю,  $И$  – темп инфляции.

В выражении (8) первый член обозначает результат продаж импортного товара покупателям, а второй – общие затраты в денежном выражении. Переменные  $y_i$  можно с помощью условия (6) исключить из записи критерия. При анализе внешнеторговой деятельности организации нельзя ограничиваться только исследованием параметров самих товаров, необходимо учитывать колебания обменных курсов валют, инфляционные процессы в России и в стране-импортере.

Соотношения (3)-(8) составляют математическую модель планирования внешнеторговой деятельности организации. Максимизация критерия (8) при ограничениях (3)-(7) сводит исследуемую задачу к задаче линейного программирования, решение которой можно осуществить с помощью компьютерных средств. Необходимо помнить, что в основе всякой модели лежат допущения, которые нужно представлять менеджменту организации. В предложенной модели были сделаны два допущения. Первое, все затраты факторов и вспомогательных

процессов пропорциональны закупаемым объемам импортного товара, что и привело к линейным соотношениям по выбираемым переменным  $x_i$  и  $z_i$ . Связь между закупаемым импортным товаром и затрачиваемыми ресурсами, по нашему мнению, можно назвать внешнеторговой функцией. Эта функция, являясь линейной, удобна для анализа, но не всегда описывает точно реальный процесс деятельности организации на международном рынке.

Второе допущение, все используемые параметры известны, что не всегда соответствует действительности, так как на этапе планирования менеджмент может иметь о них только приближенные данные, тогда как в реальности на них влияют многие будущие события. В связи с этим, плановые показатели, используемые для расчетов, отличаются от реальных (например, в расчетах используется плановый объем закупок, на фактический объем зависит от введения очередных экономических санкций против России). Если считать некоторые параметры случайными или неопределенными неконтролируемыми факторами и использовать предыдущий опыт и имеющуюся статистику, то прийти к задаче линейного программирования не удастся.

Таким образом, управление внешнеторговой деятельностью организации содержит в себе весь процесс познания: от процесса наблюдения, к осмыслению увиденного и к практическим действиям. Однако управление внешнеторговой деятельностью организации является сложным процессом, особенно в период введения антироссийских санкций и попыткой изолировать нашу страну. Именно поэтому проблема построения математической модели управления внешнеторговой деятельности является определяющей для менеджмента организации, потому что от того насколько правильно выбрана и построена модель, зависит возможность функционирования организации на международном рынке. При формировании модели деятельности организации на мировом уровне существуют две противоречивые тенденции: с одной стороны, менеджмент стремится дать наиболее полное описание, учитывающее все действующие факторы на рынке, с тем, чтобы предлагаемая ими модель была адекватна действительности. С другой стороны, модель не должна быть громоздкой, так как она не позволит провести анализ с достаточной степенью точности и получить владельцу бизнеса обозримые результаты. Построение модели управления внешнеторговой деятельности организации – это плод искусства умелого компромисса между возможностями менеджмента и потребностями собственника. Но, по нашему мнению, это не означает, что данный творческий процесс не должен поддаваться теоретическому обоснованию.

### **Ссылки на источники**

1. Вентцель Е.С. Исследование операций [Текст] / Е.С. Вентцель. – М. : Издательство «Советское радио», 1972. – 552 с.
2. Горелик В.А. Исследование операций [Текст] : учебник для техникумов по специальности «Прикладная математика» / Горелик В.А., Ушаков И.А. – М. : Машиностроение, 1986. – 288 с.